

Nombre y Apellidos: _____

Podeis emplear cualquier libro, notas o programas, sin embargo no se puede discutir el examen con otro estudiante.

Los problemas están ordenados en dificultad creciente.

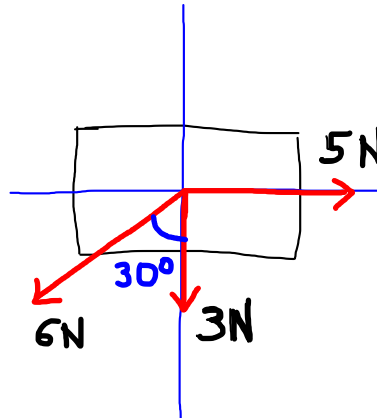
Conserva la primera página de tu examen. Las soluciones se han de presentar en el orden (problema 1, problema 2, problema 3...) comenzando una página nueva para cada problema y escribiendo a continuación del enunciado de cada problema.

Se deducirán puntos de soluciones extremadamente largas y complejas, incluso si estas fueran correctas. Intenta buscar una solución empleando como máximo la longitud de una página. Esperamos un examen legible por parte del estudiante,

Por favor, repeter el código de buenas prácticas en exámenes.

Este examen consta de 5 cuestiones, con un total de 50 puntos.

1. (10 points) Hallar la fuerza neta que actua sobre el objeto de la figura



Solution: Las tres fuerza que actuan sobre el objeto son

$$\vec{F}_1 = (5, 0), \vec{F}_2 = (0, -3) \text{ y } \vec{F}_3 = \left(-6 \cos \frac{\pi}{6}, -6 \sin \frac{\pi}{6}\right)$$

La fuerza neta total es:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \left(5 - 6 \cos \frac{\pi}{6}, -3 - 6 \sin \frac{\pi}{6}\right)$$

2. (10 points) Desde que altura ha de caer el agua para golpear una turbina con una velocidad vertical de 30 m/s?

Solution: Si asumimos que el agua alcanza la turbina en un tiempo t_c se tiene que

$$z(t_c) = z(0) + v(0)t - \frac{1}{2}gt_c^2 \Rightarrow \text{(altura)} \quad z(t_c) - z(0) = v(0)t_c - \frac{1}{2}gt_c^2.$$

considerando que partimos del reposo, $v(0) = 0$, entonces se tiene

$$z(t_c) - z(0) = -\frac{1}{2}gt_c^2,$$

que es negativa ya que $z(0) > z(t_c)$. La altura de caída a la turbina es pues

$$h = z(0) - z(t_c) = \frac{1}{2}gt_c^2. \quad (*)$$

Por otro lado sabemos que como el agua golpea la turbina a

$$v(t_c) = -30 = v(0) - gt_c = -gt_c \Rightarrow t_c = 30/g,$$

(la velocidad es negativa ya que apunta hacia abajo). Finalmente, sustituyendo en (*)

$$h = \frac{1}{2}g(30/g) = 15 \text{ m}.$$

3. El record mundial de 100 metros es de 9.58 s y el de 200 metros de 19.19 s. Supóngase que el corredor se desplaza con una aceleración constante a empleando una velocidad inicial máxima v que mantiene durante el resto de la carrera (el desplazamiento horizontal viene dado por $x(t) = vt + \frac{1}{2}at^2$ donde asumimos que $x(0) = 0$).
- (a) ($2\frac{1}{2}$ points) Calcular la aceleración.
 - (b) ($2\frac{1}{2}$ points) Cuál es la velocidad máxima?
 - (c) (5 points) El record en las 400 metros es de 43.18 s mientras que para el de 800 metros es de 1 minuto 41 segundos. Son estos tiempos consistentes con las hipótesis anteriores.

Solution: Si asumimos que los velocistas siempre comiencen con velocidad inicial máxima que mantienen durante la carrera, de los records de 100 y 200 metros obtendríamos que

$$\begin{aligned}100 &= v8,58 + \frac{1}{2}a(9,58)^2, \\200 &= v19,19 + \frac{1}{2}a(19,19)^2.\end{aligned}$$

Si resolvemos el sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas obtenemos la velocidad máxima $v = 12,65204 \text{ m/s}$ y la aceleración $a = -0,23241 \text{ m/s}^2$.

Para ver la consistencia planteemos

$$\begin{aligned}400 &= v43,18 + \frac{1}{2}a(43,18)^2, \\800 &= v101 + \frac{1}{2}a(101)^2.\end{aligned}$$

obteniendo entonces la velocidad máxima $v = 10,26632 \text{ m/s}$ y la aceleración $a = -0,04645 \text{ m/s}^2$. Como podemos ver nos salen resultados distintos, con lo que estos tiempos nos son consistentes con los anteriores, ya que salen resultados distintos. En particular, la velocidad máxima es menor y la aceleración es mayor.

4. (10 points) Se deja caer una piedra en un pozo y 3 segundos después se escucha su chapoteo. Si el sonido se propaga a 344 m/s. Calcula la profundidad del pozo.

Solution: Si asumimos que la piedra llega al fondo del pozo en un tiempo t_c se tiene que

$$z(t_c) = z(0) + v(0)t - \frac{1}{2}gt_c^2 \Rightarrow \text{(altura)} \quad z(t_c) - z(0) = v(0)t_c - \frac{1}{2}gt_c^2.$$

considerando que partimos del reposo, $v(0) = 0$, entonces se tiene

$$z(t_c) - z(0) = -\frac{1}{2}gt_c^2,$$

que es negativa ya que $z(0) > z(t_c)$. La altura del pozo es pues

$$h = z(0) - z(t_c) = \frac{1}{2}gt_c^2. \quad (*)$$

Nuestras incógnitas son el tiempo en que tarda en caer la piedra t_c y la altura del pozo h . El sonido tarda en alcanzar la superficie un tiempo t_s de forma que el tiempo que tarda en caer t_c más el tiempo que tarda el sonido en subir a la superficie t_s es de 3 segundos:

$$t_c + t_s = 3 \Rightarrow t_s = 3 - t_c.$$

Como la altura es h , y la velocidad del sonido es de 344 m/s, se tiene que cumplir que

$$344 \times t_s = h \Rightarrow 344 \times (3 - t_c) = h.$$

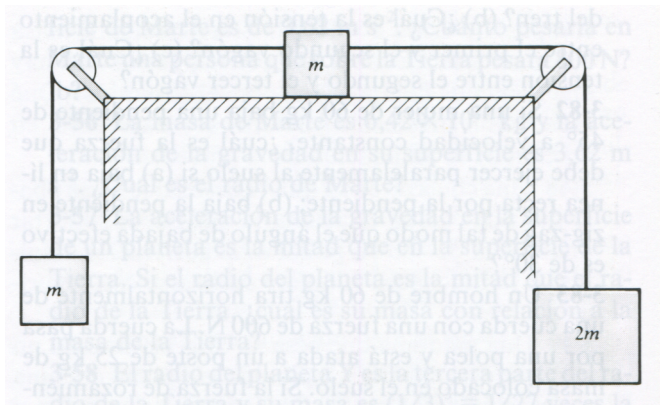
Despejando en (*) obtenemos la ecuación de segundo grado:

$$344(3 - t_c) = \frac{1}{2}gt_c^2 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_c^2 + 344t_c - 1032 = 0.$$

Las soluciones son $t_c = -71,0417; 2,8784$. Como el tiempo no puede ser superior a 3 la solución es que el tiempo que tarda en llegar al fondo la piedra es de $t_c = 2,8784$. En consecuencia, $t_s = 0,1216$ y finalmente la altura es de

$$h = 344 \times 0,1216 = 40,614 \text{ m}.$$

5. En la figura adjunta las cuerdas y las poleas se suponen sin masa y no hay rozamiento, suponer que $m = 5 \text{ kg}$.



- (a) (5 points) Hallar la tensiones sobre la cuerda.
 (b) (5 points) Hallar la aceleración del sistema.

Solution: Denotaremos al bloque de la izquierda de masa m por B_l , al central por B_c y al de la derecha de masa $2m$ por B_r . Veamos la tensión sobre el bloque central. Sea $\tau_{l,c}$ la tensión de la cuerda entre B_l y B_c del mismo modo $\tau_{c,r}$ la tensión entre B_c y B_r . Las fuerzas que actúan sobre el bloque central son:

- Eje Y: $F_y = 0$ ya que no tiene aceleración vertical $a_y = 0$. En consecuencia, el peso $-mg$ se compensa con una fuerza normal a la superficie igual a mg .
- Eje X: Sobre B_c se tiene

$$ma_x = \tau_{c,r} - \tau_{l,c}$$

donde las incógnitas son $a_x, \tau_{c,r}, \tau_{l,c}$. Necesitamos añadir dos ecuaciones más. Para ello analizamos las tensiones sobre los bloques laterales obteniendo que

$$\tau_{c,r} - 2mg = -2ma_x, \quad (1)$$

$$\tau_{l,c} - mg = ma_x. \quad (2)$$

En resumen se tiene el sistema

$$\tau_{c,r} - \tau_{l,c} - ma_x = 0, \quad (3)$$

$$\tau_{c,r} + 2ma_x = 2mg \quad (4)$$

$$\tau_{l,c} - ma_x = mg. \quad (5)$$

Sumando las tres ecuaciones se tiene que $2\tau_{c,r} = 3mg$ y en consecuencia de (4) se obtiene $a_x = g/4$. Finalmente, de (5) obtenemos $\tau_{l,c} = 5mg/4$.

Las tensiones son $\tau_{c,r} = 3mg/2$ y $\tau_{l,c} = 5mg/4$. La aceleración, horizontal es $a_x = g/4$.